Mathematik

Die drei Fälle der Lösungsmengen von Geradenschnitten (LB, S. 142):

Allgemein gilt für zwei Geraden:

$f_1(x) = m_1 \cdot x + n_1$ mit Graph $\mathbb{G}_{f_1} = \{(x|y):\ y = f_1(x)\} = \{(x|f_1(x))\}$ und
$f_2(x) = m_2 \cdot x + n_2$ mit Graph $\mathbb{G}_{f_2} = \{(x|y):\ y = f_2(x)\} = \{(x|f_2(x))\}$.

1. Fall:

i) $m_1 = m_2$ (gleiche Steigungen $\Rightarrow$ Geraden sind parallel {aber wegen ii) nicht echt parallel})

ii) $n_1 = n_2$ (gleiche y-Achsen-Abschnitte $\Rightarrow$ gemeinsamer Schnittpunkt bei $x = 0$)

i) & ii) $\Rightarrow$ Geraden sind identisch (d.h. $f_1(x) = f_2(x)$ und $\mathbb{G}_{f_1} = \mathbb{G}_{f_2}$)

$\Leftrightarrow\ \mathbb{L} = \mathbb{G}_{f_1} = \mathbb{G}_{f_2}$ (jeder Punkt der Geraden ist *Schnittpunkt*).

Beispiel: $f_1(x) = 5 \cdot x - 1;\quad f_2(x) = 10 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x - 0{,}1\right)$.

$f_1(x) = f_2(x) \quad \Leftrightarrow \quad 5 \cdot x - 1 = \frac{10}{2} \cdot x - 1 \quad |-5 \cdot x \quad |+1$

$\Rightarrow 0 = 0$, d.h. keine Einschränkung für $x \ \Leftrightarrow\ x \in \mathbb{R}$ (bzw. wenn reelle Zahlen noch nicht bekannt sind: $x \in \mathbb{Q}$)

2. Fall:

i) $m_1 = m_2$ (gleiche Steigungen $\Rightarrow$ Geraden sind parallel {wegen ii) sogar echt parallel})

ii) $n_1 \neq n_2$ (ungleiche y-Achsen-Abschnitte, d.h. bei $x = 0$ kein gemeinsamer Schnittpunkt)

i) & ii) $\Rightarrow$ Geraden sind echt parallel

$\Leftrightarrow\ \mathbb{L} = \emptyset = \{\}$ (Lösungsmenge ist die leere Menge; es gibt keinen Schnittpunkt).

Beispiel: $f_1(x) = 2 \cdot x - 1;\quad f_2(x) = 2 \cdot x + 1$.

$f_1(x) = f_2(x) \quad \Leftrightarrow \quad 2 \cdot x - 1 = 2 \cdot x + 1 \quad |-2 \cdot x \quad |+1$

$\Rightarrow 0 = 2$ ↯ (Dieser Widerspruch weist darauf hin, dass die Annahme, es gibt einen Schnittpunkt, falsch war.)

3. Fall:

$m_1 \neq m_2$ (ungleiche Steigungen $\Rightarrow$ Geraden treffen sich in einem Punkt [nur in 2D zu folgern; in 3D nicht klar!])

$\Rightarrow f_1(x_{SP}) = f_2(x_{SP})$

$\Rightarrow \mathbb{L} = \{(x_{SP}|f_1(x_{SP}))\} = \{(x_{SP}|f_2(x_{SP}))\}$ (Lösungsmenge ist der Schnittpunkt).

Beispiel: $f_1(x) = 2 \cdot x + 1;\quad f_2(x) = 1 \cdot x + 2$.

$f_1(x) = f_2(x) \ \Leftrightarrow\ 2 \cdot x + 1 = x + 2 \quad |-x \quad |-1 \quad \Leftrightarrow x_{SP} = 1 \Rightarrow y_{SP} = f_1(x_{SP}) = f_2(x_{SP}) = 3$

Info: Diese 3 Fälle werden in Verallgemeinerung bei Linearen Gleichungssystemen (d.h. LGSen) wieder vorkommen!

Viel Spaß und Erfolg beim Anwenden!

LB – eingeführtes Lehrbuch: "**Mathematik Neue Wege 8**", RP, Westermann, ISBN 978-3-507-85778-0, 282 S. (geb.), 2020.

Lösungen zur Rückseite:

$\mathbb{L} = \{(1|1)\}_{[1.]}$

$\mathbb{L} = \{(1|3)\}_{[2.]}$

$\mathbb{L} = \{(x|f(x)), x \in \mathbb{R}\}_{[3.]}$

$\mathbb{L} = \emptyset = \{\}_{[4.]}$

$\mathbb{L} = \{(7|8{,}5)\}_{[5.]}$

$\mathbb{L} = \{(1|3)\}_{[6.]}$

$\mathbb{L} = \{(-42|-15{,}5)\}_{[7.]}$

$\mathbb{L} = \{(3|2)\}_{[8.]}$

$\mathbb{L} = \{(5|4)\}_{[9.]}$

$\mathbb{L} = \{(-1|6)\}_{[10.]}$

$\mathbb{L} = \{(8|4)\}_{[11.]}$

$\mathbb{L} = \{(-3|-11)\}_{[12.]}$

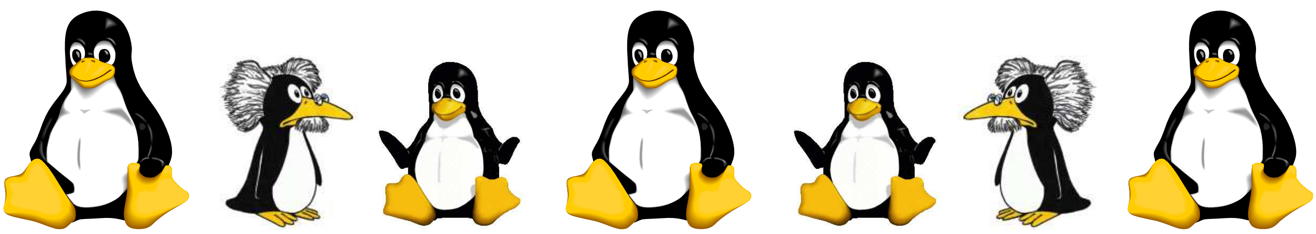
$\mathbb{L} = \{(-507|-52)\}_{[13.]}$

$\mathbb{L} = \{(6|45)\}_{[14.]}$

$\mathbb{L} = \{(24|3)\}_{[15.]}$

Knicktest zum Geradenschnitt

1. $f_1(x) = 2 \cdot x - 1;\quad f_2(x) = -2 \cdot x + 3.$
2. $f_1(x) = x + 2;\quad f_2(x) = 3 \cdot x.$
3. $f_1(x) = 7 \cdot x - 3;\quad f_2(x) = \frac{21}{3} \cdot x - \frac{39}{13}.$
4. $f_1(x) = 5 \cdot x - 2;\quad f_2(x) = \frac{65}{13} \cdot x - 3.$
5. $f_1(x) = \frac{5}{2} \cdot x - 9;\quad f_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x - 2.$
6. $f_1(x) = 6 \cdot x - 3;\quad f_2(x) = 9 \cdot x - 6.$
7. $f_1(x) = \frac{5}{12} \cdot x + 2;\quad f_2(x) = \frac{3}{12} \cdot x - 5.$
8. $f_1(x) = \frac{1}{3} \cdot x + 1;\quad f_2(x) = \frac{4}{3} \cdot x - 2.$
9. $f_1(x) = \frac{1}{5} \cdot x + 3;\quad f_2(x) = \frac{2}{5} \cdot x + 2.$
10. $f_1(x) = 3 \cdot x + 9;\quad f_2(x) = -4 \cdot x + 2.$
11. $f_1(x) = \frac{1}{2} \cdot x;\quad f_2(x) = \frac{1}{4} \cdot x + 2.$
12. $f_1(x) = 6 \cdot x + 7;\quad f_2(x) = 4 \cdot x + 1.$
13. $f_1(x) = \frac{2}{13} \cdot x + 26;\quad f_2(x) = \frac{1}{13} \cdot x - 13.$
14. $f_1(x) = 9 \cdot x - 9;\quad f_2(x) = 7 \cdot x + 3.$
15. $f_1(x) = \frac{1}{4} \cdot x - 3;\quad f_2(x) = \frac{1}{6} \cdot x - 1.$



hier knicken