

Mathematik

Lösungen zur Rückseite:

Die drei Fälle der Lösungsmengen von Geradenschnitten (LB, S. 142):

Allgemein gilt für zwei Geraden:

$$f_1(x) = m_1 \cdot x + n_1 \text{ mit Graph } G_{f_1} = \{(x|y) : y = f_1(x)\} = \{(x|f_1(x))\} \text{ und}$$

$$f_2(x) = m_2 \cdot x + n_2 \text{ mit Graph } G_{f_2} = \{(x|y) : y = f_2(x)\} = \{(x|f_2(x))\}.$$

1. Fall:

- i) $m_1 = m_2$ (gleiche Steigungen \Rightarrow Geraden parallel)
- ii) $n_1 = n_2$ (gleiche y-Achsen-Abschnitte \Rightarrow gemeinsamer Schnittpunkt bei $x = 0$)
- i) & ii) \Rightarrow Geraden sind identisch (d.h. $f_1(x) = f_2(x)$ und $G_{f_1} = G_{f_2}$)
 $\Leftrightarrow \mathbb{L} = G_{f_1} = G_{f_2}$ (jeder Punkt der Geraden ist *Schnittpunkt*).

Beispiel: $f_1(x) = 5 \cdot x - 1$; $f_2(x) = 10 \cdot (\frac{1}{2} \cdot x - 0, 1)$.

$$f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow 5 \cdot x - 1 = \frac{10}{2} \cdot x - 1 \quad | -5 \cdot x \quad | +1$$

$$\Rightarrow 0 = 0, \text{ d.h. keine Einschränkung für } x \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \text{ (bzw. wenn reelle Zahlen noch nicht bekannt sind: } x \in \mathbb{Q})$$

2. Fall:

- i) $m_1 = m_2$ (gleiche Steigungen \Rightarrow Geraden parallel)
- ii) $n_1 \neq n_2$ (ungleiche y-Achsen-Abschnitte, d.h. bei $x = 0$ kein gemeinsamer Schnittpunkt)
- i) & ii) \Rightarrow Geraden sind echt parallel
 $\Leftrightarrow \mathbb{L} = \emptyset = \{\}$ (Lösungsmenge ist die leere Menge; es gibt keinen Schnittpunkt).

Beispiel: $f_1(x) = 2 \cdot x - 1$; $f_2(x) = 2 \cdot x + 1$.

$$f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow 2 \cdot x - 1 = 2 \cdot x + 1 \quad | -2 \cdot x \quad | +1$$

$$\Rightarrow 0 = 2 \quad \neq \text{ (Dieser Widerspruch weist darauf hin, dass die Annahme, es gibt einen Schnittpunkt, falsch war.)}$$

3. Fall:

- $m_1 \neq m_2$ (ungleiche Steigungen \Rightarrow Geraden treffen sich in einem Punkt [nur in 2D zu folgern; in 3D nicht klar!])
 $\Rightarrow f_1(x_{SP}) = f_2(x_{SP})$
 $\Rightarrow \mathbb{L} = \{(x_{SP}|f_1(x_{SP}))\} = \{(x_{SP}|f_2(x_{SP}))\}$ (Lösungsmenge ist der Schnittpunkt).

Beispiel: $f_1(x) = 2 \cdot x + 1$; $f_2(x) = 1 \cdot x + 2$.

$$f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow 2 \cdot x + 1 = x + 2 \quad | -x \quad | -1 \Leftrightarrow x_{SP} = 1 \Rightarrow y_{SP} = f_1(x_{SP}) = f_2(x_{SP}) = 3$$

Info: Diese 3 Fälle werden in Verallgemeinerung bei Linearen Gleichungssystemen (d.h. LGSen) wieder vorkommen!



Viel Spaß und Erfolg beim Anwenden!



Knickttest zum Geradenschnitt

1. $f_1(x) = 2 \cdot x - 1$; $f_2(x) = -2 \cdot x + 3$.

2. $f_1(x) = x + 2$; $f_2(x) = 3 \cdot x$.

3. $f_1(x) = 7 \cdot x - 3$; $f_2(x) = \frac{21}{3} \cdot x - \frac{39}{13}$.

4. $f_1(x) = 5 \cdot x - 2$; $f_2(x) = \frac{65}{13} \cdot x - 3$.

5. $f_1(x) = \frac{5}{2} \cdot x - 9$; $f_2(x) = \frac{3}{2} \cdot x - 2$.

6. $f_1(x) = 6 \cdot x - 3$; $f_2(x) = 9 \cdot x - 6$.

7. $f_1(x) = \frac{5}{12} \cdot x + 2$; $f_2(x) = \frac{3}{12} \cdot x - 5$.

8. $f_1(x) = \frac{1}{3} \cdot x + 1$; $f_2(x) = \frac{4}{3} \cdot x - 2$.

9. $f_1(x) = \frac{1}{5} \cdot x + 3$; $f_2(x) = \frac{2}{5} \cdot x + 2$.

10. $f_1(x) = 3 \cdot x + 9$; $f_2(x) = -4 \cdot x + 2$.

11. $f_1(x) = \frac{1}{2} \cdot x$; $f_2(x) = \frac{1}{4} \cdot x + 2$.

12. $f_1(x) = 6 \cdot x + 7$; $f_2(x) = 4 \cdot x + 1$.

13. $f_1(x) = \frac{2}{13} \cdot x + 26$; $f_2(x) = \frac{1}{13} \cdot x - 13$.

14. $f_1(x) = 9 \cdot x - 9$; $f_2(x) = 7 \cdot x + 3$.

15. $f_1(x) = \frac{1}{4} \cdot x - 3$; $f_2(x) = \frac{1}{6} \cdot x - 1$.

