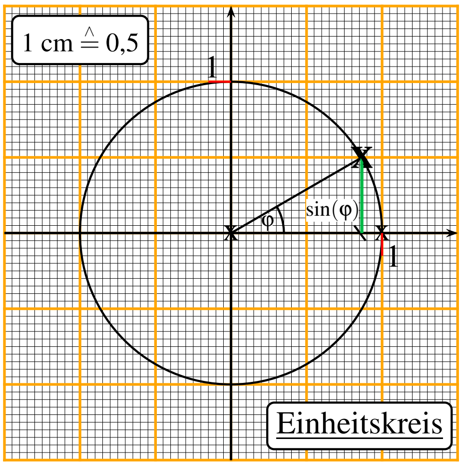
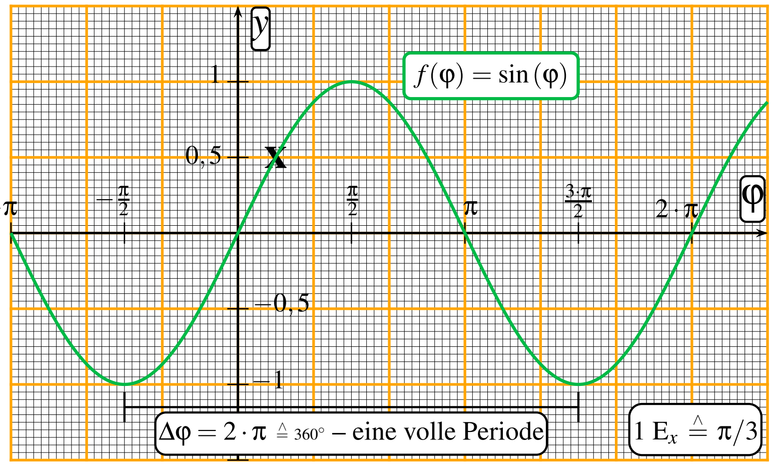
Physik

Schwingungen

Verortung, Formeln, Berechnungen

➜ ❶ Als **Schwingungen** (oder **Oszillationen**) werden wiederholte zeitliche Schwankungen (Abweichung von einem Mittelwert bzw. Auslenkung aus der Ruhelage [y_0]) von Zustandsgrößen eines Systems bezeichnet, oder einfacher: die periodische Bewegung eines Körpers um seine Ruhe- / Gleichgewichtslage. Schwingungen können periodisch oder nichtperiodisch, gedämpft oder ungedämpft [Idealfall, normal wird dem schwingungsfähigen System immer Energie durch Reibung entzogen: dissipative Energie], frei [Schwingung mit Eigenfrequenz $f_0 = T^{-1}$] oder erzwungen [Schwingung mit aufgeprägter Erregerfrequenz f; Resonanz bei $f \approx f_0$, siehe Resonanzkatastrophe] sein.





➜ ❷ **Charakteristische Größen**:

a) Periodendauer: $T = 1/f = 2 \cdot \pi / \omega$ [f: Frequenz (Periodendurchläufe pro Sekunde), ω: Kreisfrequenz (Vollkreise /s); beide in Hz $= s^{-1}$] – die Zeit, nach der ein beliebiges Teilchen wieder in derselben Phase (s. φ) ist – f_0: Eigenfrequenz oder f vom Erreger aufgeprägt;

b) Amplitude: $\hat{y} = \max(|y(t) - y_0|) = (y_{\text{Berg}} - y_{\text{Tal}})/2$, die maximale Auslenkung aus der Ruhelage [y_0];

c) Elongation: $y(t) \overset{\text{H.S.}}{=} \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$, die momentane Abweichung von der Ruhelage [mit Vorzeichen wg. Richtung];

d) Phasenwinkel: $\varphi \in [0; 2 \cdot \pi[$ [auf Grund der Periode]; siehe Projektion des Schattenwurfs eines Zapfens auf einer Drehscheibe mit $\varphi = \omega \cdot t$; Phase bedeutet Schwingungszustand, d.h. dieselbe Position und dieselbe Geschwindigkeit [in Betrag und Richtung].

➜ ❸ Als harmonisch wird eine Schwingung bezeichnet, deren Verlauf durch eine Sinusfunktion beschrieben werden kann. Dies ist immer dann der Fall, wenn die rücktreibende Kraft F_r linear zur Auslenkung ist (dies ist erfüllt für den Federschwinger [$F_r = -D \cdot y(t)$: Hook'sches Gesetz]; allerdings beim Fadenpendel nur in Kleinwinkelnäherung: $\sin(\varphi) \approx \varphi \approx \tan(\varphi); \cos(\varphi) \approx 1: \ F_r \approx -(m \cdot g/l) \cdot y(t)$). Hierfür gilt:

a) DGL: $\ddot{y}(t) = -\frac{D}{m} \cdot y(t)$ [da nach Definition eines harmonische Oszillators gilt: $F_r = -D \cdot y(t) = m \cdot \ddot{y}(t) = m \cdot a$];

b) Ansatz [da 2× ableiten negative Funktion mit Faktor aus Kettenregel gibt]: $y(t) = \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ [oder analog $y(t) = \hat{y} \cdot \cos(\omega \cdot t)$];
$\ddot{y}(t) = \frac{d}{dt}(\omega \cdot \hat{y} \cdot \cos(\omega \cdot t)) = -(\omega)^2 \cdot \hat{y} \cdot \sin(\omega \cdot t) = -(\omega)^2 \cdot y(t)$;

c) Bestimmung der Periodendauer: $T_{\text{Federschwinger}} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$ [bzw. $T_{\text{Fadenpendel}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$; vgl. FS];
$T_{\text{elektr. Schwingkreis}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$, da $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot y^2 \rightarrow E_{\vec{E}} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$, $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \rightarrow E_{\vec{B}} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$.

d) Gleichung der gedämpften Schwingung (hier für Luft und Flüssigkeiten mit: $F_r = -b \cdot \dot{y}$; $[b] = \text{kg/s}$):
$y(t) = \hat{y} \cdot e^{-\frac{b}{2 \cdot m} \cdot t} \cdot \cos(\omega' \cdot t)$, wobei $\omega' = \sqrt{\frac{D}{m} - \frac{b^2}{4 \cdot m^2}}$, $b < 2 \cdot \sqrt{D \cdot m}$.

e) Gesamtenergie: $E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \hat{y}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot \hat{y}^2$.

Wellen

Verortung, Formeln, Berechnungen

➜ ❶ Als **Welle** wird eine sich räumlich ausbreitende Veränderung (Störung) oder eine Schwingung einer orts- und zeitabhängigen physikalischen Größe bezeichnet.
Unterschieden werden mechanische Wellen, die stets an ein Medium gebunden sind, und Wellen, die sich auch im Vakuum ausbreiten können: elektromagnetische Wellen, Materiewellen oder Gravitationswellen.
Eine Welle transportiert Energie, jedoch keine Materie, d.h. die benachbarten Oszillatoren transportieren die Störung durch den Raum, ohne sich selbst im zeitlichen Mittel fortzubewegen.
Direkt wahrnehmbare Wellen sind zum Beispiel Seil- oder Federwellen (Störungen oder per. Anregung), Schallwellen (Dichteschwankungen), Wasserwellen (kreisförmige Bewegung von Wasserteilchen) und Licht (allgemein: elektromagnetischen Strahlung, d.h. Schwankungen des elektischen [$\vec{E}$] und magnetischen [$\vec{B}$] Feldes).

➜ ❷ **Charakteristische Größen**:

a) Periodendauer: $T = \frac{1}{f} = \frac{2\cdot\pi}{\omega}$ – (unabhängig vom Medium [keine Eigenschwingung – somit wie auch f alleine abhängig vom Erreger]);

b) Amplitude: $\hat{y}$ ($\hat{y}^2$ ist als Intensität/Stärke zu deuten – ein Maß der übertragenen Energie [QM: Aufenthaltswahrscheinlichkeit, $|\psi|^2$]);

c) Elongation: $y(x,t) = \hat{y}\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right)$, d.h. abhängig von Ort & Zeit (eines betrachten wir als eingefroren – **eine** *echte* Variable bleibt), wobei $y(x,t)$ auch Wellenfunktion genannt wird (vgl. Quantenmechanik – dort $\Psi(x,t)$);

d) Phasenwinkel: $\varphi = 2\cdot\pi\cdot\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$: analog zur Schwingung; Abbild des zugehörigen Einheitskreises, auch Zeigerdiagramm genannt;
Phasendifferenz: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{s_2-s_1}{\lambda}\cdot 2\cdot\pi = 2\cdot\pi\cdot\frac{\Delta s}{\lambda}$, wobei Δs Gangunterschied genannt wird.

[Diese vier sind von der Schwingung her bekannt, wenn auch nun für Wellen leicht erweitert; neue Größen für die Wellenerscheinung:]

e) Ausbreitungs- oder Phasengeschwindigkeit bei monofrequenter Welle: $c = \lambda\cdot f = \lambda/T \overset{\text{EW}}{=} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot\varepsilon_r\cdot\mu_r}}$,
wobei c vom Medium abhängig ist ($c \propto F_{\text{Kopp.}}/m$; Masse der Teilchen sowie Kopplungskraft zwischen benachbarten Teilchen);
longitudinal: Schwingung in Ausbreitungsrichtung (z.B. Schall-/Erdbebenwelle) – nicht polarisierbar;
transversal: Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (z.B. Lichtwellen) [beides: Wasser-/Seilwelle].

f) Wellenlänge: $\lambda = x_{\max_{n+1}} - x_{\max_n} = x_{\min_{n+1}} - x_{\min_n} = (x_{\max_n} - x_{\min_{n-1}})\cdot 2$, die kürzeste Strecke, nach der ein Teilchen der Welle wieder in derselben Phase ist; λ hängt vom Medium und dem Erreger ab.

➜ ❸ Stehende Welle (eine Welle, deren Auslenkung an bestimmten Stellen immer bei Null verbleibt [Schwingungsknoten] – sie kann als Überlagerung zweier gegenläufig fortschreitender Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude aufgefasst werden; QM: analog Wellenfunktion Elektron im Atom bzw. Nukleon im Kern):

a) Festes Seilende/offenes Pfeifenende = Knoten: Reflexion mit Phasensprung ($\Delta\varphi = \pi$, d.h. Berg zu Tal etc.; z.B. Seilende festgeknotet bzw. Pfeifenende offen);

b) Loses Seilende/gedacktes Pfeifenende = Bauch: Reflexion wie Eingang ($\Delta\varphi = 0$, nur Laufrichtung geändert, d.h. aus Berg wird Berg, aus Tal wieder Tal; z.B. wenn das Seilende der Welle in offener Schiene folgt bzw. am geschlossenen Pfeifenende).

Gleiche Enden, Bedingung: $l = (n+1)\cdot\lambda/2$ $[\Delta\varphi = (n+1)\cdot\pi]$, $n = 0,1,2,\ldots$; Knoten: $\begin{cases} n+2: & \text{fes. E.} \\ n+1: & \text{los. E.} \end{cases}$;
ungleiche Enden, Bedingung: $l = (2\cdot n+1)\cdot\lambda/4$ $[\Delta\varphi = (2\cdot n+1)\cdot\frac{\pi}{2}]$, $n = 0,1,2,\ldots$; Knoten: $n+1$.

➜ ❹ Interferenz (Addition der Amplituden bei Wellenüberlagerung nach dem Superpositionsprinzip):

Konstruktive Interferenz (Berg auf Berg, Tal auf Tal; $n = 0,1,2,\ldots$):
Maximum (n. Ordnung): $\Delta s = n\cdot\lambda$ $[\Delta\varphi = n\cdot 2\cdot\pi]$;
Destruktive Interferenz (Berg auf Tal oder Tal auf Berg):
Minimum ($(n+1)$. Ordnung): $\Delta s = (2\cdot n+1)\cdot\lambda/2$ $[\Delta\varphi = (2\cdot n+1)\cdot\pi]$.
Jeweils muss hierzu erfüllt sein: $\Delta s \leq$ Kohärenzlänge
(maximale Weglängen- oder Laufzeitunterschied, den zwei Lichtstrahlen derselben Quelle haben dürfen, damit bei ihrer Überlagerung noch ein (räumlich & zeitlich) stabiles Interferenzmuster entsteht [bei natürlichem Licht 10^{-6} m, beim LASER: viele km!]).
Das untere Bild zeigt den Doppelspalt (d: Spaltabstand; auch Modell für Transmissions- und Reflexionsgitter und ähnlich dem für Kristallebenen: Bragg-Gl.)
mit: $d\cdot\sin(\alpha) = \Delta s$ und (mit s_0: Abstand Spalt – Schirm): $\tan(\alpha) = \frac{a_n}{s_0}$.